



88137226



MATEMÁTICAS
NIVEL SUPERIOR
PRUEBA 2

Número de convocatoria del alumno

0	0								
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--

Martes 12 de noviembre de 2013 (mañana)

Código del examen

2 horas

8	8	1	3	-	7	2	2	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste todas las preguntas en las casillas provistas.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del *cuadernillo de información de Matemáticas NS y de Ampliación de Matemáticas NM* para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es [120 puntos].



16EP01

3. [Puntuación máxima: 7]

Considere $f(x) = \ln x - e^{\cos x}$, $0 < x \leq 10$.

(a) Dibuje aproximadamente la gráfica de $y = f(x)$, indicando las coordenadas de todos los máximos y mínimos y de los puntos de corte con el eje x . [5]

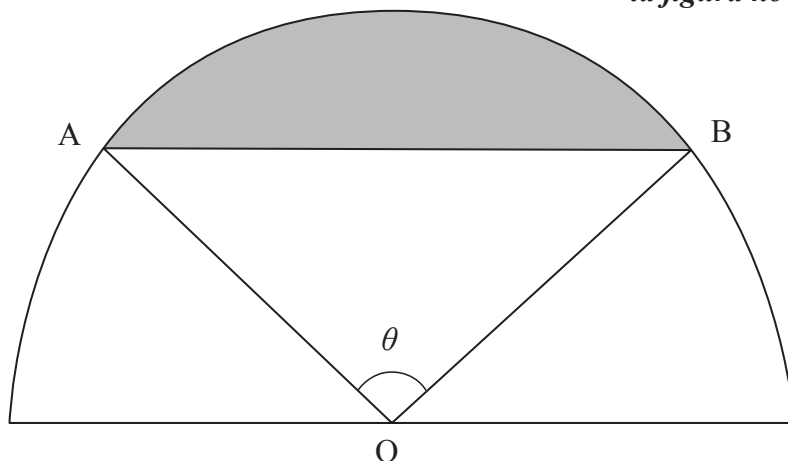
(b) Resuelva la inecuación $\ln x \leq e^{\cos x}$, $0 < x \leq 10$. [2]



8. [Puntuación máxima: 5]

La siguiente figura muestra un semicírculo de 20 cm de diámetro y centro O, y dos puntos A y B, tales que $\widehat{AOB} = \theta$, donde θ está expresado en radianes.

la figura no está dibujada a escala



(a) Compruebe que el área de la región sombreada se puede expresar como $50\theta - 50\text{sen } \theta$. [2]

(b) Halle el valor de θ para el cual el área de la región sombreada es igual a la mitad del área de la región no sombreada, con una aproximación de cuatro cifras significativas. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Véase al dorso

NO escriba soluciones en esta página.

SECCIÓN B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

11. [Puntuación máxima: 18]

- (a) El número de gatos que visitan el jardín de Helena cada semana sigue una distribución de Poisson de media $\lambda = 0,6$.

Halle la probabilidad de que

- (i) en una semana dada, ningún gato visite el jardín de Helena;
- (ii) en una semana dada, al menos tres gatos visiten el jardín de Helena;
- (iii) a lo largo de un periodo de cuatro semanas, no más de cinco gatos en total visiten el jardín de Helena;
- (iv) a lo largo de un periodo de doce semanas, haya exactamente cuatro semanas en las cuales al menos un gato visite el jardín de Helena. [9]

- (b) Una variable aleatoria continua X tiene la siguiente función de distribución de probabilidad f

$$f(x) = k \ln x \quad 1 \leq x \leq 3$$
$$f(x) = 0 \quad \text{resto de valores}$$

- (i) Halle el valor de k , con una aproximación de seis cifras decimales.
- (ii) Halle el valor de $E(X)$.
- (iii) Indique la moda de X .
- (iv) Halle la mediana de X . [9]



NO escriba soluciones en esta página.

12. [Puntuación máxima: 20]

(a) Una partícula P se mueve en línea recta a una velocidad de $v \text{ ms}^{-1}$. En el instante $t = 0$, P se encuentra en el punto O y tiene una velocidad de 12 ms^{-1} . Su aceleración en el instante t segundos viene dada por $\frac{dv}{dt} = 3 \cos \frac{t}{4} \text{ ms}^{-2}$, ($t \geq 0$).

(i) Halle una expresión para la velocidad de la partícula, v , en función de t .

(ii) Dibuje aproximadamente la gráfica de la velocidad de la partícula en función del tiempo para $0 \leq t \leq 8\pi$, mostrando claramente los puntos de corte de la curva con los ejes y todos los puntos máximos y mínimos que haya.

(iii) Halle la distancia que recorre la partícula antes de detenerse por primera vez. [8]

(b) Otra partícula Q se mueve en línea recta, siendo su desplazamiento s metros y su velocidad $v \text{ ms}^{-1}$. Su aceleración viene dada por $a = -(v^2 + 4) \text{ ms}^{-2}$, ($0 \leq t \leq 1$). En el instante $t = 0$, Q se encuentra en el punto O y tiene una velocidad de 2 ms^{-1} .

(i) Compruebe que la velocidad v en el instante t viene dada por $v = 2 \operatorname{tg} \left(\frac{\pi - 8t}{4} \right)$.

(ii) Compruebe que $\frac{dv}{ds} = -\frac{(v^2 + 4)}{v}$.

(iii) Halle la distancia que recorre la partícula antes de detenerse. [12]



NO escriba soluciones en esta página.

13. [Puntuación máxima: 22]

Una función f viene dada por $f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$, $x \in \mathbb{R}$.

- (a) (i) Explique por qué no existe la función inversa f^{-1} .
- (ii) Compruebe que la ecuación de la normal a la curva en el punto P, donde $x = \ln 3$, viene dada por $9x + 12y - 9 \ln 3 - 20 = 0$.
- (iii) Halle las coordenadas x de los puntos Q y R pertenecientes a la curva, tales que las tangentes en Q y R pasan por $(0, 0)$. [14]
- (b) Ahora el dominio de f queda restringido a $x \geq 0$.
- (i) Halle una expresión para $f^{-1}(x)$.
- (ii) Halle el volumen generado cuando la región delimitada por la curva $y = f(x)$ y las rectas $x = 0$ e $y = 5$ se rota un ángulo de 2π radianes al-rededor del eje y . [8]
-



No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



16EP15

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



16EP16